Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.11 Алгебра

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

02.03.01.31 Математическое и компьютерное моделирование

Форма обучения очная

Год набора 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили ______________________________

Доктор физико-математических наук, Профессор, Колесников Сергей Геннадьевич;Доктор физико-математических наук, Профессор, Левчук Владимир Михайлович

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс «алгебра» является основным для указанных специальностей. Он имеет целью дать студентам представление об основном алгебраическом аппарате и научить их классическим определениям, теоремам и методам. При изучении курса студенты знакомятся с такими разделами алгебры, как алгебра матриц, алгебра многочленов от одной неизвестной, комплексными числами, элементами теории групп и колец, линейными преобразования.

1.2 Задачи изучения дисциплины

В итоге изучения дисциплины «алгебра» студент должен уметь:

- решать систему линейных уравнений методом Гаусса, находить остаток при делении целых чисел, строить кольцо Zn классов вычетов по модулю n, находить каноническое разложение натурального числа;
- выполнять операции над матрицами, вычислять определитель произвольного порядка, решать квадратную систему линейных уравнений по правилу Крамера, вычислять обратную матрицу;
- выполнять действия над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, извлекать корень из комплексного числа;
- делить многочлен на линейный двучлен по схеме Горнера, находить НОД и НОК многочленов (целых чисел), строить систему Штурма для многочлена, исследовать на линейную зависимость системы векторов,
- находить базы пространства и подпространств, строить матрицу линейного преобразования в выбранном базисе, находить собственные векторы и собственные значения линейного преобразования, строить ортонормированный базис;
- приводить квадратичную форму к каноническому виду, находить жорданову форму матрицы и жорданов базис.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	
ОПК-1.4: Использует базовые фундаментальные знания в области алгебры и консультирует в данной предметной области	Общие сведения о информационно-коммуникационных системах и источниках Использовать стандартные приемы форматирования и переработки информации Методами представления и первичного анализа

	информации и данных

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		1	2
Контактная работа с преподавателем:	**5,78 (208)**		
занятия лекционного типа	2,89 (104)		
практические занятия	2,89 (104)		
Самостоятельная работа обучающихся:	**2,22 (80)**		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
Промежуточная аттестация (Экзамен)	**2 (72)**		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Контактная работа, ак. час.							
		Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Системы линейных уравнений. Основные алгебраические системы.									
	1. 1.1 Метод исключения неизвестных (метод Гаусса); основная теорема, следствие для однородных систем. 1.2 Правило Крамера для квадратных систем малых порядков.	2							
	2. 1.3. Теорема о делении целых чисел. Основная теорема арифметики. 1.4. Теорема Евклида о бесконечности множества простых чисел.	2							
	3. 1.5. Бинарная алгебраическая операция на множестве. Основные алгеб- раические системы. 1.6. Сравнение и классы вычетов целых чисел по модулю натурального числа. Кольцо вычетов целых чисел.	2							

4. 1.7. Описание колец Zn, являющихся полями. 1.8. Лемма о простоте характеристики поля.	2							
5. Темы: 1.1, 1.2, 1.5, 1.6.			8					
6. Системы линейных уравнений. Основные алгебраические системы.							8	
2. Алгебра матриц. Подстановки. Определители.								
1. 2.1. Умножение матриц на скаляр, сложение и умножение матриц. Свойства. Полное матричное кольцо и алгебра n x n – матриц над полем (или над кольцом). 2.2. Перестановка n- й степени, четность подстановки, декремент. Умножение подстановок. Циклические подстановки и транспозиции.	2							
2. 2.3. Определение определителя порядка n. 2.4. Свойства определителя.	2							
3. 2.5. Алгебраическое дополнение к элементу определителя. Разложение определителя по строке. 2.6. Минор k-го порядка. Теорема Лапласа.	2							
4. 2.7. Теорема об умножении определителей. 2.8. Обратная матрица. Правило Крамера.	2							
5. Темы: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8.			8					
6. Алгебра матриц. Подстановки. Определители.							8	
3. Комплексные числа.								

1. 3.1. Поле комплексных чисел и его подполе, изоморфное полю действительных чисел. 3.2. Алгебраическая форма комплексного числа. Вещественная и мни мая части. Сопряженные комплексные числа.	2							
2. 3.3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Аргумент и мо дуль. 3.4. Геометрическая интерпретация сложения и умножения комплекс ных чисел. Неравенства для модуля.	2							
3. 3.5. Формула Муавра и бином Ньютона. Их применение для получения тождеств. 3.6. Извлечение корня из комплексного числа.	2							
4. 3.7. Первообразный корень из единицы. 3.8. Мультипликативная группа корней n-й степени.	2							
5. Темы: 3.2, 3.5, 3.6, 3.7.			8					
6. Комплексные числа.							8	
4. Алгебра многочленов от одной неизвестной. Фактор-группы и фактор-кольца.								
1. 4.1. Кольцо многочленов от одной неизвестной. Лемма о степени про изведения многочленов над областью целостности. 4.2. Теорема о делении многочленов. Схема Горнера деления на ли нейный двучлен.	2							

2. 4.3. Значения и корни многочлена. Теорема Безу. Ограниченность чис ла корней многочлена его степенью. Интерполяционная формула Ла гранжа. 4.4. НОД и НОК многочленов. Теорема Евклида.	2							
3. 4.5. Теорема о линейном представлении НОД многочленов. 4.6. Взаимно простые многочлены, их свойства. Критерий взаимной простоты многочленов.	2							
4. 4.7. Неприводимые многочлены. Теорема о каноническом разложении многочленов. 4.8. Многочлен над полем вещественных чисел: попарная сопряженность невещественных корней, критерий неприводимости.	2							
5. 4.9. Связь кратностей корня многочлена и его производной. Признак простоты корня. 4.10. Лемма о модуле старшего члена комплексного многочлена. След ствие о границах корней	2							
6. 4.11. Теорема Штурма. 4.12. Теорема о существовании системы Штурма.	2							
7. Темы: 4.2, 4.3, 4.4, 4.11.			12					
8. Алгебра многочленов от одной неизвестной. Фактор-группы и фактор-кольца.							12	
5. Алгебра многочленов.								

1. 1.1. Подгруппа, левые (правые) смежные классы группы по подгруппе. Основное свойство смежных классов по подгруппе. Нормальная подгруппа, фактор-группа по нормальной подгруппе, корректность индуцированных операций, проверка групповых аксиом. 1.2. Идеал кольца. Фактор-кольцо кольца по идеалу, корректность индуцированных операций, проверка аксиом кольца.	2							
2. 1.3. Идеалы кольца многочленов над полем. Критерий когда фактор-кольцо есть поле. 1.4. Поле разложения многочлена. Теорема существования корня многочлена над полем. Существование поля разложения. Формулы Вьета.	2							
3. 1.5. Многочлен от нескольких переменных его полная и частная степени, лексикографическая запись, высший член. Кольцо многочленов от нескольких неизвестных над полем или областью целостности. Лемма о высшем члене произведения многочленов. 1.6. Симметрические и лементарные симметрические многочлены. Ос новная теорема о симметрических многочленах и следствия из неё. Теорема единственности.	2							
4. 1.7.Результант двух многочленов и его свойства. Дискриминант мно- гочлена.1.8. Теорема о выражении результанта определителем и через корни.	2							
5. 1.8. Системы двух линейных алгебраических уравнений от 2-х неизвестных. 1.9. Исключение неизвестной с помощью результанта.	2							

6. 1.11. Основная теорема алгебры (теорема Гаусса). 1.12. Следствия основной теоремы.	2							
7. Алгебра многочленов.							8	
8. Темы: 1.1-1.12			12					
6. Линейные пространства и линейные преобразования.								
1. 2.1.Линейное пространство над полем, линейное подпространство и линейная оболочка.Системы образующих и базы. 2.2.Линейная зависимость. Лемма о системе образующих и о конечной упорядоченной линейно зависимой системе ненулевых векторов.	2							
2. 2.3.Конечномерные линейные пространства. Теорема о базах конечномерного линейного пространства. Размерность. 2.4.Дополняемость линейно независимой системы до базы.	2							
3. 2.4. Координаты и координатная строка вектора. Правило преобразвания координат при переходе к новой базе. Матрицы перехода от базы к базе. Описание матриц перехода. 2.5.Эквивалентные системы векторов. Ранг системы векторов. Дополняемость линейно независимой системы до базы.	2							
4. 2.6.Изоморфные линейные пространства. Критерий изоморфности линейных пространств. 2.7.Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Его инвариантность при элементарных преобразованиях.	2							

5. 2.9. Теорема Кронекера-Капелли. 2.10. Пространство решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о системах линейных однородных уравнений.	2							
6. 2.11. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения подпространств. 2.12. Прямая сумма подпространств. Свойства прямых сумм.	2							
7. 2.13. Линейное преобразование. Характеризация линейного преобразования действием на базе. 2.14. Матрица преобразования. Формула координат образа вектора.	2							
8. 2.15. Теорема о базах конечномерного линейного пространства. 2.16. Дополняемость линейно независимой системы до базы.	2							
9. 2.17. Подобные матрицы. Теорема о связи матриц линейного преобразования. 2.18. Изоморфность алгебры линейных преобразований и алгебры матриц. 2.19. Область значений ранг и ядро линейного преобразования. Теорема о сумме ранга и дефекта линейного преобразования.	2							

10. 2.20. Характеристический многочлен и характеристические корни. Свойство инвариантности характеристического многочлена линейного преобразования. 2.21.Инвариантное подпространство линейного преобразования. Собственные векторы и собственные значения. Теорема о связи характеристических корней и собственных значений линейного преобразования. 2.22.Корневые векторы и подпространства. Критерий существования базы из собственных векторов. Линейное преобразование с простым спектром.	2							
11. 2.23.Примарность порядка конечного поля K. Число векторов и число баз n-мерного пространства над конечным полем K. 2.24.Общая линейная группа GL(n,K) степени n над K. Формула порядка GL (n,K).	2							
12. Линейные пространства и линейные преобразования.							10	
13. Темы: 2.1-2.24			22					
7. Унитарные и евклидовы пространства.								
1. 3.1. Унитарные и евклидовы пространства. Ортогональные системы векторов и ортонормированные базы. Длина вектора. 3.2. Линейная независимость ортогональной системы векторов унитарного пространства.	2							

	2. 3.3. Ортогональное дополнение. Ортогональные суммы подпространств. Существование ортонормированной базы в унитарном пространстве. 3.4. Алгоритм ортогонализации. Неравенства Коши-Буняковского и Бесселя. Равенство Парсеваля.	2							
	3. 3.6. Линейные функции линейные операции над ними, двойственное пространство. 3.7. Характеризация линейной функции действием на базе, выражение скалярным произведением.	2							
	4. 3.8. Сопряженное преобразование. Свойства сопряженного преобразо вания. 3.9. Связь матриц взаимносопряженных преобразований. Характеризация унитарных преобразований а) действием на ортонормированную базу, б) матрицей в ортонормированной базе.	2							
	5. 3.10. Нормальное преобразование. Свойство собственных векторов нормального преобразования. 3.11. Унитарные, ортогональные, симметрические (эрмитовы), косо симметрические преобразования и их характеристические корни. 3.12. Классификация нормальных преобразований евклидова простран ства. Лемма о минимальных инвариантных подпространствах.	2							

6. 3.13. Разложение нормального преобразования евклидова пространства на элементарные преобразования и их геометрическая интерпретация. 3.14. Унитарная приводимость к диагональному виду эрмитовых и ко сосимметрических матриц. 3.15. Ортогональная приводимость к диагональному виду вещественной симметрической матрицы.	2							
7. Темы: 3.1-3.14			12					
8. Унитарные и евклидовы пространства.							8	
8. Многочленные матрицы. Жорданова форма матрицы.								
1. 4.1. Матричные многочлены и многочленные матрицы. Эквивалентность. Каноническая диагональная форма многочленной матрицы. 4.2. Теорема о приводимости многочленной матрицы к канонической диагональной форме. Алгоритм приведения. Каноническая диагональная форма целочисленной матрицы.	2							
2. 4.3. Инвариантные множители. Связь инвариантных множителей и НОД миноров многочленной матрицы. Единственность канонической диагональной формы. 4.4. Матричный критерий эквивалентности.	2							
3. 4.5. Система элементарных делителей. Восстановление канонической диагональной формы по системе элементарных делителей. 4.6. Элементарные делители диагональных и клеточно-диагональных (распавшихся)матриц.	2							

4. 4.7. Скалярная эквивалентность. Признак скалярной эквивалентности. 4.8. Критерий подобия матриц над полем.	2							
5. 4.9. Теорема о приводимости к жордановой форме матрицы а)над полем комплексных чисел, б)над произвольным полем. Критерий диагонализируемых матриц над полем. 4.10.Построение базиса с жордановой матрицей преобразования.	2							
6. Темы: 4.1-4.10.			10					
7. Многочленные матрицы. Жорданова форма матрицы.							8	
9. Квадратичные формы. Пространства с билинейной метрикой.								
1. 5.1. Квадратичная форма, её матрица и матричная запись, диагональный канонический вид. Конгруэнтность матриц квадратичной формы при линейном преобразовании неизвестных. 5.2. Теорема о приводимости квадратичной формы к каноническому виду (алгоритм Лагранжа).	2							
2. 5.3. Закон инерции вещественных квадратичных форм. 5.4. Теорема о приводимости вещественной квадратичной формы к главным осям.	2							
3. 5.5. Положительно определённая квадратичная форма. Критерий положительной определённости вещественной квадратичной формы. 5.6. Признак приводимости к диагональному виду пары форм.	2							

4. 5.7. Билинейная функция, её матрица и матричная запись, связь с квадратичными формами. Эрмитова билинейная функция. Связь матриц билинейной (эрмитово билинейной) функции в различных базисах. 5.8. Критерий изоморфности пространств с билинейной метрикой. Матрица Грамма.	2							
5. 5.9. Невырожденные пространства. Критерий невырожденности пространства билинейно-метрического пространства. 5.10. Описание линейных и билинейных функций в невырожденном билинейно-метрическом пространстве.	2							
6. 5.11. Классические пространства с билинейной метрикой: псевдоевклидовы, симплектические, комплексные евклидовы, псевдоунитарные. Классические линейные группы. 5.12. Классификация псевдоевклидовых, симплектических и комплексных евклидовых пространств.	2							
7. Квадратичные формы. Пространства с билинейной метрикой.							10	
8. Темы: 4.1-4.10.			12					
Всего	104		104				80	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре: учебное пособие для вузов(Санкт-Петербург: Лань).
2. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Т. 1. Основы алгебры: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физико-математическая литература).
3. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Т. 2. Линейная алгебра: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физико-математическая литература).
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру: Т. 3. Основные структуры алгебры: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физико-математическая литература).
5. Мальцев А. И. Основы линейной алгебры: учебное пособие для студентов университетов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
6. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов ун-тов и пед. ин-тов(Москва: Наука).
7. Винберг Э.Б. Курс алгебры(Москва: Факториал Пресс).
8. Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие(Москва: Лань).
9. Артин Э., Калужнин Л. А. Геометрическая алгебра: Пер. с англ.(Москва: Наука).
10. Богопольский О. В. Введение в теорию групп: монография(Ижевск: Институт компьютерных исследований).
11. Ленг С., Кострикин А. И. Алгебра: перевод с английского(Москва: Мир).
12. Белоногов В. А. Задачник по теории групп: учебное пособие для вузов по специальности "Математика"(Москва: Наука).
13. Кострикин А. И., Артамонов В. А., Бахтурин Ю. А., Винберг Э. Б. Сборник задач по алгебре(Москва: Физико-математическая литература).
14. Икрамов Х. Д., Воеводин В. В. Задачник по линейной алгебре: учебное пособие для вузов по специальности "Прикладная математика"(Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы [Физматлит]).
15. Скорняков Л. А. Элементы алгебры: учебное пособие для физико-математических специальных вузов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
16. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия: учеб. пособие для мех.- мат. спец. вузов(Москва: Наука).
17. Ван дер Варден Б. П. Алгебра(Санкт-Петербург: Лань).
18. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре(Москва: Лань).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходима аудитория, оборудованная доской.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.